



Konferencja naukowa  
**PRODUKTYWNOŚĆ GOSPODARKI:**  
uwarunkowania, determinanty, perspektywy

# Zastosowanie metody funkcji kontrolnych do pomiaru produktywności przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce<sup>1</sup>

**Mirosław Błazej**

GUS, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów

**Mariusz Górajski**

GUS, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów,  
Uniwersytet Łódzki, Katedra Ekonometrii

<sup>1</sup> Wyniki stanowią rozwinięcie badań zrealizowanych w ramach współpracy GUS z Międzynarodowym Funduszem Walutowym w 2018 r. (por. IMF Country Report No. 19/38, 2019)

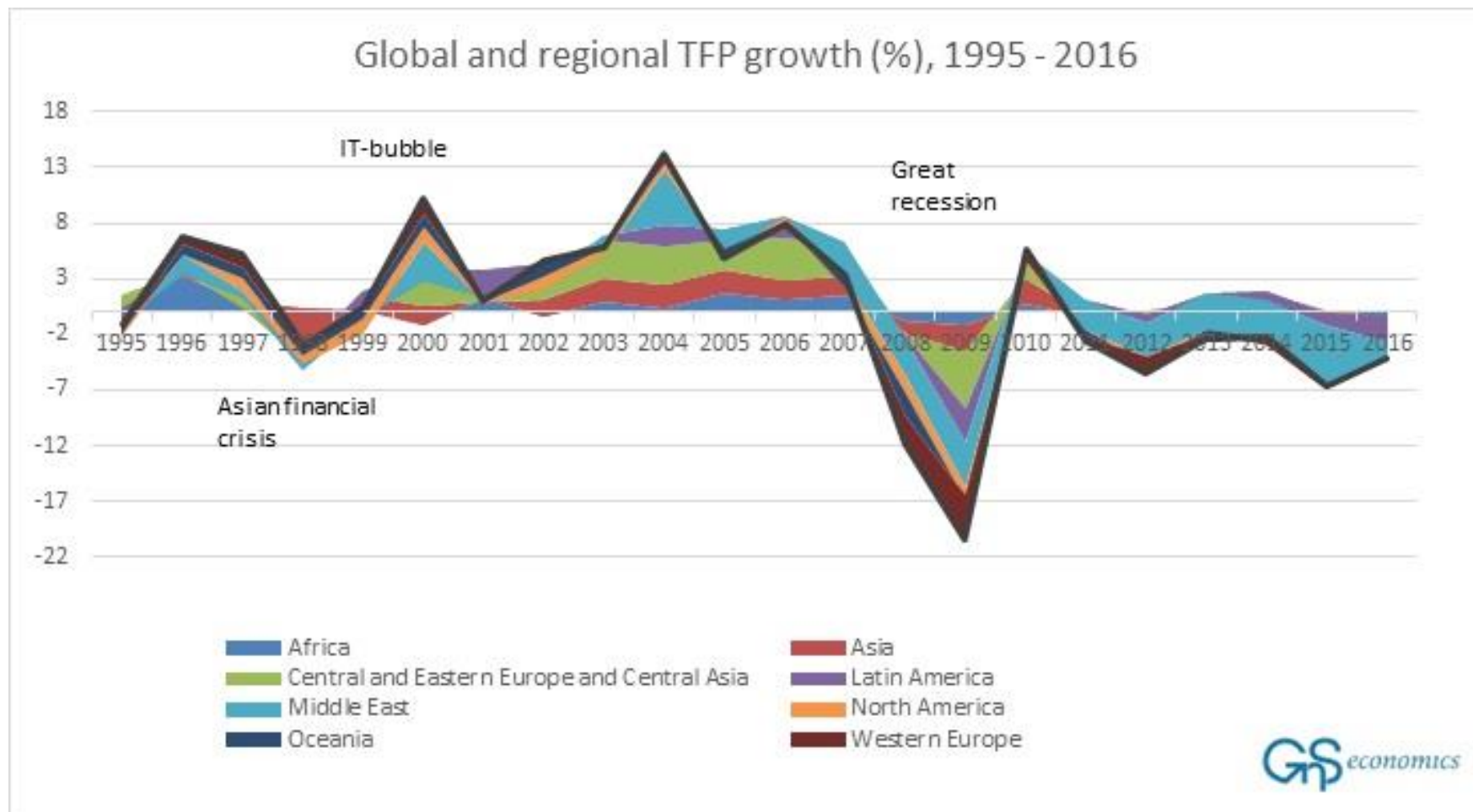
# Plan

- **Motywacja i cel badania**
- **Estymacja funkcji produkcji: metoda funkcji kontrolnych**
- **Pomiar TFP dla przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce**
- **Determinanty TFP przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce**

# Motywacja

- łączna produktywności czynników produkcji (dalej *TFP*) - określa efektywności zamiany wszystkich nakładów czynników produkcji na wielkość produkcji w danym przedsiębiorstwie (Solow 1957)
- pomiar TFP jak i jego główne determinanty są jednymi z podstawowych zagadnień w teorii wzrostu gospodarczego
- po ostatnim globalnym kryzysie finansowym (GKF):
  - potwierdzono spowolnienie w dynamice wzrostu światowej granicy technologicznej (por. IMF 2016, OECD 2015).
  - odnotowano spowolnienie transferu technologii z gospodarek najlepiej rozwiniętych do krajów rozwijających się (por. IMF 2016, OECD 2015, IMF 2019)
  - dla wielu gospodarek brak powrotu na ścieżkę wzrostu TFP sprzed GKF stanowi tzw. „zagadkę produktywności”

# „Zagadka produktywności”



Zródło: 04-18-18 Tuomas Malinen of GnS Economics - "Zombies And The End Of The "Global Synchronized Recovery"

## Cel

- pomiar TFP w oparciu o wyznaczenie składnika rezydualnego z równania funkcji produkcji
- wyznaczenie indywidualnej produktywności przedsiębiorstw za pomocą ekonometrycznych modeli funkcji produkcji (por. van Beveren 2012; Akerberg, D., Benkard, Berry, S., oraz Pakes, A. 2007)
- wskazanie czynników zewnętrznych, odpowiedniej polityki gospodarczej lub regulacji rynkowych czy uwarunkowań instytucjonalnych, które pozwolą na stymulację poziomu lub tempa wzrostu indywidualnej produktywności przedsiębiorstw

## Badania nad ekonometrycznym pomiarem TFP

- dla Polski głównie analizy wykonane dla agregatowej funkcji Cobb-Douglasa oraz przy założeniu stałych efektów skali w podregionach lub według województw (por. m. in. Dańska-Borsiak (2011), Dańska-Borsiak oraz Laskowska (2012))
- w pracy Sulmierska (2014) przeprowadzono bardzo obszerne badanie łącznej produktywności czynników produkcji w sektorach przemysłu gospodarki polskiej dla trzech poziomów agregacji danych
- Hagemeyer (2006), Hagemeyer i Kolasa (2011) estymują funkcję produkcji i dokonują pomiaru TFP dla przedsiębiorstw w Polsce
- nieliczne prace nad pomiarem TFP na podstawie jednostkowych danych panelowych (por. Olley i Pakes 1996, Pavcnik 2002, Levinsohn i Petrin 2003, Breunig oraz Wong 2005, Beveren 2012)

## Estymacja funkcji produkcji - główne problemy

- **(P1) problem endogeniczności** czynników produkcji (*ang. simultaneity or endogeneity bias*), dodatnia korelacja między nakładami pracy i kapitału a TFP ► estymatory KMNK są niezgodne, ► obserwujemy dodanie obciążenie w elastyczności produktu pracy oraz niedoszacowanie elastyczności produktu względem kapitału
- **(P2) problem obciążonej selekcji próby** (*ang. selection bias, endogeneity of attrition*) - pominięcie w estymacji firm, które kończą działalność lub ją rozpoczynają powoduje brak zgodności w estymacji ► wyższy TFP obniża szansę na wyjście z rynku
- **(P3) problem pominiętych cen** (*ang. omitted price bias*) ► uaktualnianie cen czynników produkcji w oparciu o deflatory wyznaczone na poziomie działów PKD stanowi tylko przybliżenie indywidualnych cen firm

# Pomiar TFP w oparciu o funkcję produkcji Cobba-Douglasa -metoda funkcji kontrolnych

$$Y_{it} = TFP_{it} U_{it} K_{it}^{\beta_k} L_{it}^{\beta_l}$$
$$\log TFP_{it} = \beta_0 + \omega_{it}$$
$$y_{it} = \beta_0 + \omega_{it} + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + u_{it}$$

$$\log \widehat{TFP}_{it} = y_{it} - \widehat{\beta}_k k_{it} - \widehat{\beta}_l l_{it}$$

- $\omega_{it}$  jest zmienną stanu w problemie decyzyjnym firmy polegającym na wyborze czynników produkcji
- składnik losowy  $u_{it}$  jest związany ze wszelkimi błędami pomiaru zmiennych oraz reprezentuje tzw. nieprognozowany szok produktywności
- nieobserwowalna produktywność  $\omega_{it}$  jest przybliżana za pomocą funkcji kontrolnych (zmiennych proxy) por. Wooldridge (2015)



# Estymacja funkcji produkcji

## -metoda funkcji kontrolnych (Olley i Pakes 1996)

- w modelu zakłada się, że dynamika  $\omega_{it}$  jest znana kierującym przedsiębiorstwem, nieobserwowalna na zewnątrz firmy, opisana za pomocą procesu Markowa:

$$\omega_{i,t+1} = E(\omega_{i,t+1} | \omega_{i,t}) + \xi_{i,t+1}$$

- przedsiębiorstwo  $i$  biorąc pod uwagę swój poziom produktywności z poprzedniego okresu oraz wielkość kapitału decyduje o tym, czy będzie dalej kontynuować swoją działalność na rynku ► minimalny poziom produktywności,  $\overline{\omega_{it+1}}$ , niezbędny do pozostania na rynku
- firma maksymalizuje bieżące zdyskontowane przyszłe zyski przy warunkach określających przez dynamikę zmiennych stanu  $k_{it}, \omega_{it}$  ► optymalny wybór zmiennej proxy  $p_{it} = p_t(k_{it}, \omega_{it})$
- jeśli wielkość  $p_{it}$  jest dodatnia oraz  $p_t(k_{it}, \omega_{it})$  jest ściśle rosnąca ze względu na produktywność  $\omega_{it}$  to wówczas

$$\omega_{it} = h_t(p_{it}, k_{it}), \quad h_t = p_t^{-1}$$

# Estymacja funkcji produkcji

-metoda funkcji kontrolnych (Olley i Pakes 1996)

**Etap 1:** (1)  $y_{it} = \phi_{it} + \beta_l l_{it} + u_{it}$

➤ przybliżamy nieznaną funkcję  $\phi_{it}$ ,

$$\phi_{it} = \phi(p_{it}, k_{it}) = \beta_0 + \beta_k k_{it} + \omega_{it} = \beta_0 + \beta_k k_{it} + h_t(p_{it}, k_{it})$$

wielomianem zależnym od wielkości zmiennej proxy i kapitału,

➤ estymujemy  $\beta_l$  oraz funkcję  $\phi_{it}$  z równania (1) ► LS series estimator (Andrews 1991)

**Etap 2:** (2)  $P_{i,t+1|t} = \Phi(\alpha'x_{it})$

➤ objaśniamy warunkowe prawdopodobieństwo przetrwania firmy

$$P_{i,t+1|t} = \Pr(\omega_{it+1} > \overline{\omega_{it+1}}|F_t)$$

za pomocą wektora  $x_{it} = [k_{it}, p_{it}, k_{it}^2, k_{it}p_{it}, p_{it}^2, \dots]$  ► MLE

**Etap 3:** (3)  $y_{it+1} - \hat{\beta}_l l_{it+1} = \beta_k k_{it+1} + g(\hat{\phi}_{it} - \beta_k k_{it}, \widehat{P_{i,t+1|t}}) + e_{it+1}$

➤ estymujemy  $\beta_k$  z nieliniowego równanie regresji (3) dla firm, które przetrwały

➤  $e_{it+1} = \xi_{it+1} + u_{it+1}$ ,  $g$  jest wielomianem ► LS series estimator

# Estymacja funkcji produkcji

## -modele Olley'a-Pakesa, Levinsohna-Petrina

- model Olley'a-Pakesa (1996)

$p_{it}$  = inwestycje

- model Levinsohna-Petrina (2003)

$p_{it}$  = zużycie materiałów i energii

- procedura estymacji w modelach OP i LP, poprzez uwzględnienie w równaniu funkcji produkcji odwrotności ilorazu Millsa:

$E(\omega_{it+1} | \omega_{it}, \omega_{i,t+1} > \overline{\omega_{it+1}}) = f(\omega_{it}, \overline{\omega_{it+1}}) = g(\phi_{it} - \beta_k k_{it}, P_{i,t+1|t})$   
pozwała na rozwiązanie problemów jednoczesności czynników produkcji i obciążonej selekcji próby

- modele OP i LP bez korekty na wyjście firm z rynku można estymować za pomocą metody GMM (Wooldridge 2009)

# Pomiar TFP dla przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce

## - dane i wstępne przetwarzanie

- zbiory danych wykorzystane w badaniu pochodzą z rocznych sprawozdań o działalności gospodarczej przedsiębiorstw za lata 2005-2016 ▶ formularz statystyczny SP - Roczna ankieta przedsiębiorstw
- zastosowano ekspercką manualną imputację i edycję danych
- 585 tys. obserwacji i stanowi 67% wszystkich obserwacji zarejestrowanych w sprawozdaniach SP za latach 2005-2016
- średnio ponad 48 tys. firm rocznie, dane obejmowały 4,6 mln pracowników i roczną sprzedaż na poziomie 1,4 bln zł
- jest to większość sektora przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce, jednakże warto podkreślić, że próba nie została wybrana przy zastosowaniu reprezentatywnej metody

# Pomiar TFP dla przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce

## - estymacja funkcji produkcji

- klasyczny model regresji liniowej (model KMNK)
- modele danych panelowych ze efektami indywidualnymi, w tym estymator stałych efektów indywidualnych (model FE) oraz estymator losowych efektów indywidualnych (model RE)
- metody funkcji kontrolnych: model Olley'a-Pakesa, model Levinsohna-Petrina
- model Levinsohna-Petrina z trendem, model Levinsohna-Petrina z trendem i z ruchomym 3 letnim oknem estymacji

# Wyniki estymacji funkcji produkcji w Polsce, 2005-2016

$$y_{it} = \beta_0 + \log TFP_{it} + \beta_k k_{it} + \beta_l l_{it} + u_{it}$$

|                                | <i>LP</i>        | <i>LP z regułą<br/>wyjścia z<br/>ryнку</i> | <i>OP z regułą<br/>wyjścia z<br/>ryнку</i> | <i>FE</i> | <i>RE</i> | <i>KMNK</i> |
|--------------------------------|------------------|--|--|-----------|-----------|-------------|
| $\beta_l$                      | <b>0,7607***</b> | 0,7607***                                  | 0,7355***                                  | 0,7907*** | 0,8156*** | 0,8443***   |
| $\beta_k$                      | <b>0,1560***</b> | 0,1666***                                  | 0,0578***                                  | 0,0809*** | 0,0969*** | 0,1260***   |
| $\beta_l + \beta_k$            | <b>0,9167***</b> | 0,9273***                                  | 0,7933***                                  | 0,8717*** | 0,9124*** | 0,9703      |
| Średnia<br>log( <i>TFP</i> )   | <b>4,0074</b>    | 3,9323                                     | 4,7895                                     | 4,3589    | 4,1802    | 3,9162      |
| Zmienność<br>log( <i>TFP</i> ) | <b>0,7582</b>    | 0,7590                                     | 0,7917                                     | 0,7817    | -         | -           |
| <i>n</i>                       | <b>584 893</b>   | 584 893                                    | 511 369                                    | 584 893   | 584 893   | 584 893     |

Opis:\* p-wartość =0,05, \*\* p-wartość = 0.01, \*\*\* p-wartość = 0.001 dla testów t-Studenta dla  $H_0: \beta_l = 0$  oraz dla  $H_0: \beta_k = 0$  oraz testów Walda dla  $H_0: \beta_l + \beta_k = 1$

# Wyniki estymacji funkcji produkcji w Polsce, 2005-2016

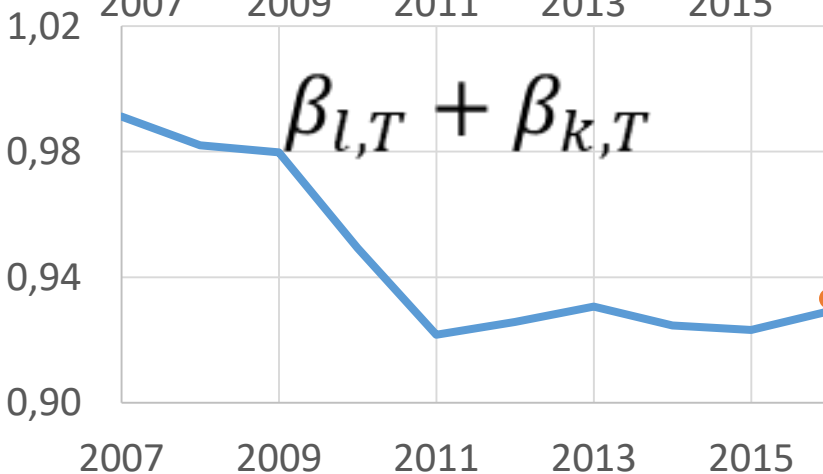
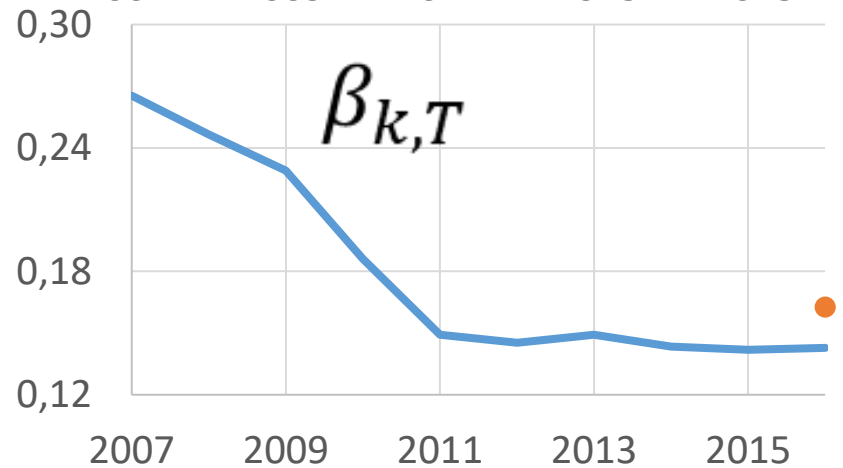
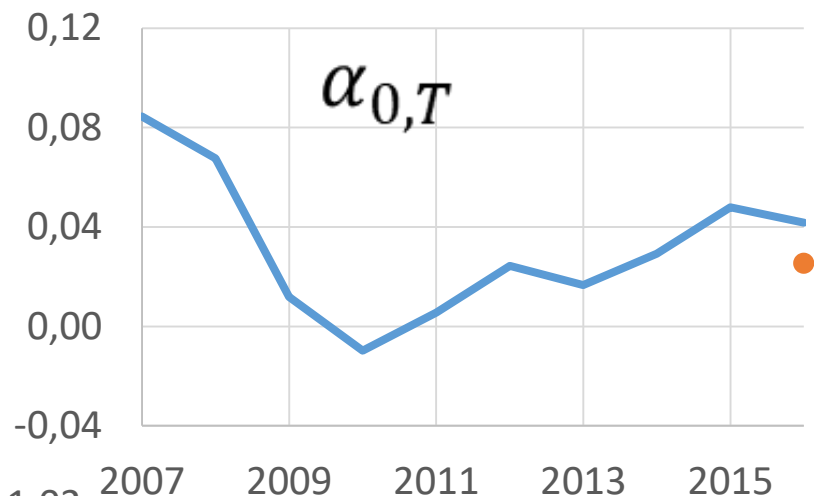
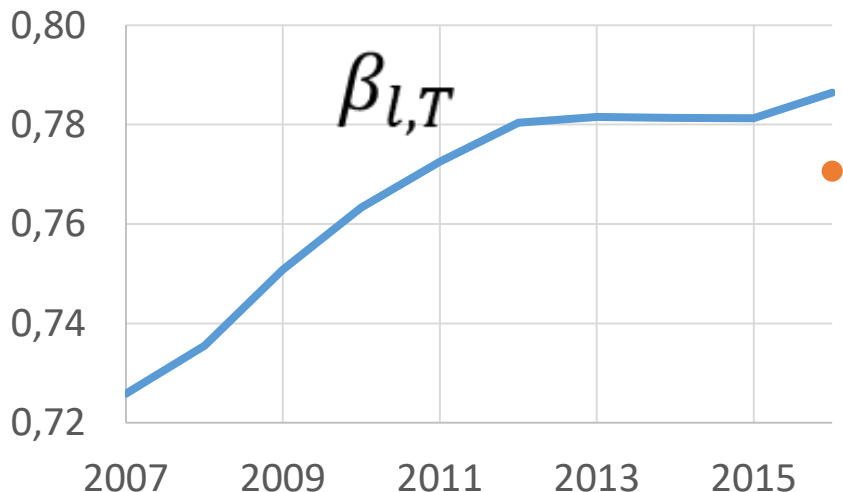
$$y_{it} = \beta_{0,T} + \alpha_{0,T}t + \log TFP_{it} + \beta_{k,T}k_{it} + \beta_{l,T}l_{it} + u_{it}, \quad t = T - 2, T - 1, T$$

|                             | <i>LP z liniowym trendem, 3 okresowe ruchome okno estymacji</i> |           |           |           |           |           |
|-----------------------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $T$                         | 2007  | 2009      | 2011      | 2013      | 2014      | 2016      |
| $\beta_{l,T}$               | 0.7259***   | 0.7509*** | 0.7725*** | 0.7815*** | 0.7813*** | 0.7864*** |
| $\beta_{k,T}$               | 0.2654***   | 0.2289*** | 0.1492*** | 0.1491*** | 0.1433*** | 0.1428*** |
| $\alpha_{0,T}$              | 0.0844***   | 0.0118*** | 0.0056*** | 0.0166*** | 0.0292*** | 0.0417*** |
| $\beta_{l,T} + \beta_{k,T}$ | 0.9913  | 0.9798    | 0.9217*** | 0.9307*** | 0.9246*** | 0.9292*** |

Opis: \* p-wartość = 0,05, \*\* p-wartość = 0.01, \*\*\* p-wartość = 0.001 dla testów t-Studenta dla  $H_0: \beta_{l,T} = 0$  oraz dla  $H_0: \beta_{k,T} = 0$  oraz testów Walda dla  $H_0: \beta_{l,T} + \beta_{k,T} = 1$

# Wyniki estymacji funkcji produkcji w Polsce, 2005-2016

$$y_{it} = \alpha_{0,T}t + \log TFP_{it} + \beta_{k,T}k_{it} + \beta_{l,T}l_{it} + u_{it}$$

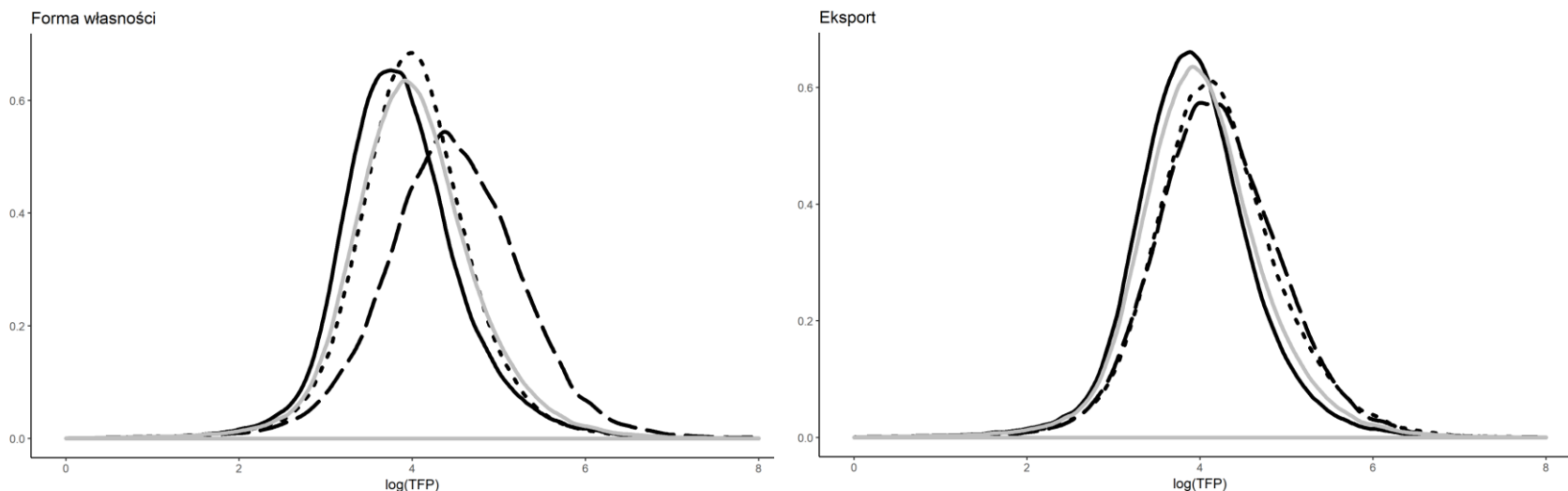


Opis: modele LP z trendem: niebieska linia: ruchome 3  
letnie okno estymacji, czerwony punkt próba 2005-2016



# Rozkłady warunkowe logTFP

## - forma własności, eksport



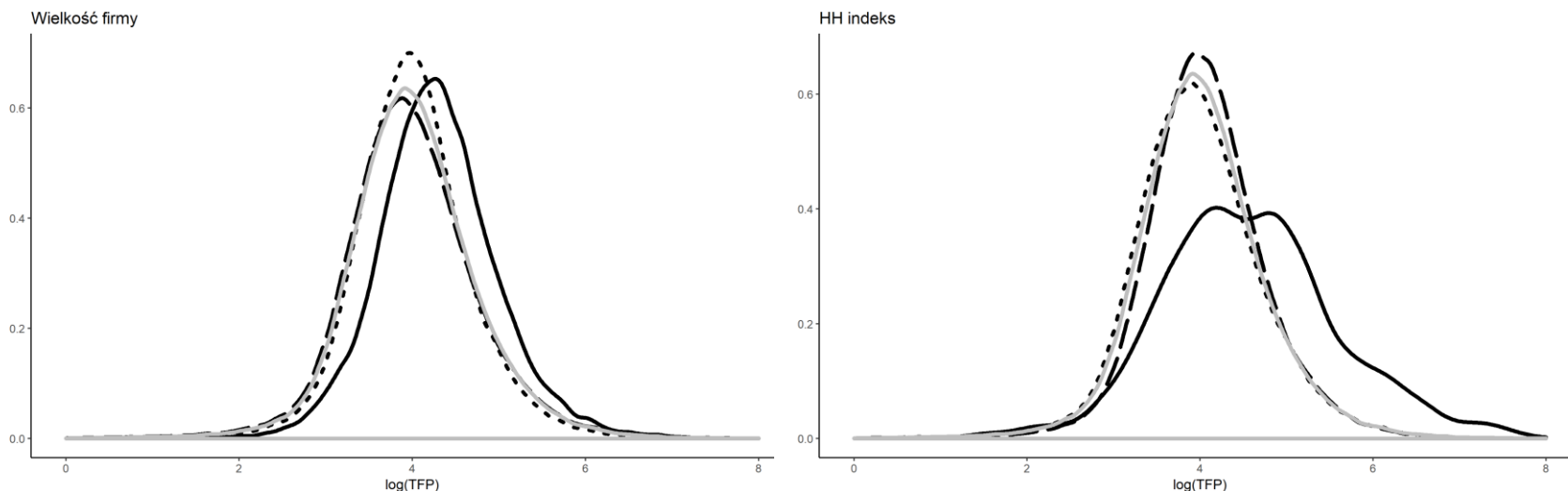
Opis: estymacja gęstości  $\log(\text{TFP})$  przy użyciu jądrowych estymatorów gęstości z jądrem gaussowskim, rozkład TFP dla całej próby (szare ciągłe linie);

**lewy panel:** rozkłady  $\log\text{TFP}$  względem **formy własności**, przedsiębiorstwa z dominującym: kapitałem zagranicznym (linia przerywana), krajowym kapitałem prywatnym (linia kropkowana), kapitałem publicznym (czarna ciągła linia);

**prawy panel:** rozkłady  $\log\text{TFP}$  względem **intensywności eksportu**, przedsiębiorstwa: z dominującym udziałem eksportu w przychodach (linia przerywana), z dodatnimi przychodami z eksportu (linia kropkowana), z brakiem eksportu (czarna ciągła linia)

# Rozkłady warunkowe logTFP

## - wielkość firmy, koncentracja rynku



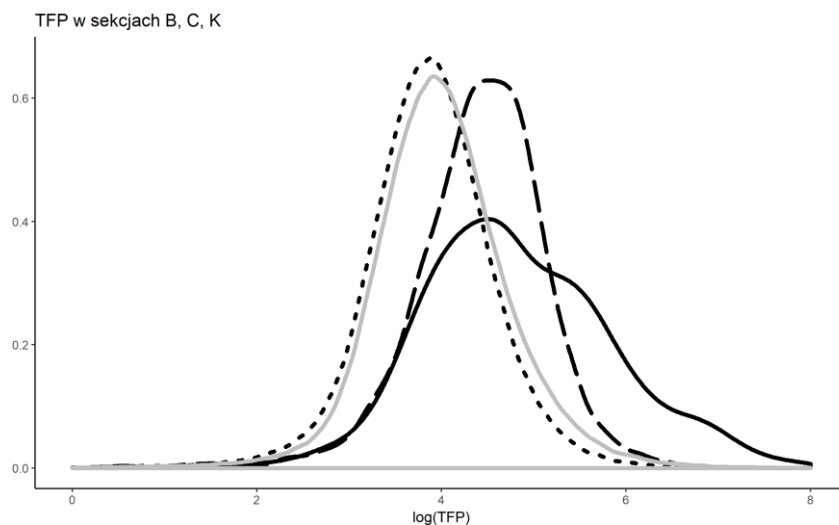
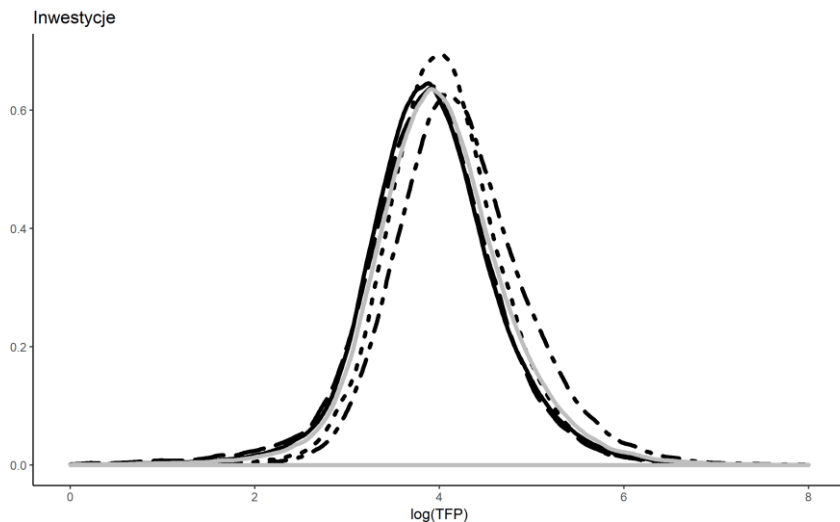
Opis: estymacja gęstości  $\log(\text{TFP})$  przy użyciu jądrowych estymatorów gęstości z jądrem gaussowskim, rozkład TFP dla całej próby (szare ciągłe linie);

**lewy panel:** rozkłady TFP względem **wielkości firmy**: średnie przedsiębiorstwa ( $L \leq 50$ , linia przerywana), duże przedsiębiorstwa ( $L \in (50, 250]$ , linia kropkowana), bardzo duże firmy ( $L > 250$ , czarna ciągła linia);

**prawy panel:** rozkłady TFP względem **koncentracji rynku**: firmy na rynkach z niską koncentracją ( $HH \leq 0,01$ , linia przerywana), przedsiębiorstwa z rynków o przeciętnym poziomie koncentracji ( $HH \in (0,01; 0,2]$ , linia kropkowana), firmy działające na rynkach z bardzo dużą koncentracją ( $HH > 0,2$ , czarna ciągła linia)

# Rozkłady warunkowe logTFP

## - stopa inwestycji, sekcje PKD



Opis: estymacja gęstości  $\log(\text{TFP})$  przy użyciu jądrowych estymatorów gęstości z jądrem gaussowskim, rozkład TFP dla całej próby (szare ciągłe linie);

**lewy panel:** rozkłady TFP względem **stopy inwestycji**: wysoka stopa inwestycji ( $I_r > 0,25$ , linia przerywana), średnia stopa inwestycji ( $I_r \in (0,1; 0,25]$ , linia kropkowana), niska stopa inwestycji ( $I_r \in (0; 0,1]$ , linia kropkowano-przerywana), przedsiębiorstwa z ujemną stopą inwestycji ( $I_r \leq 0$ , czarna ciągła linia);

**prawy panel:** rozkłady TFP względem **sekcji PKD**: sekcja B: Górnictwo i Wydobywanie (linia przerywana), sekcja C: Przetwórstwo Przemysłowe (linia kropkowana), sekcja K: Działalność Finansowa i Ubezpieczeniowa (czarna ciągła linia)

# Determinanty indywidualnej produktywności przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce

- zmienna objaśniana: wskaźnik łącznej produktywności,  $\hat{\omega}_{it} = \log \widehat{TFP}_{it}$ , wyznaczony z modelu Levinsohna-Petrina
- zmienne objaśniające : forma własności (własność 3, kategorie), intensywność eksportu (eksport, 3 kategorie), stopa inwestycji (inwestycje, 4 kategorie), wielkość firmy (wielkość, 3 kategorie), indeks Herfindahla-Hirschmana koncentracji rynku (HH, 3 kategorie), sekcja PKD oraz zmienne 0-1 dla każdego roku
- panelowe modele dwukierunkowe z efektami indywidualnymi, sektorowymi i czasowymi
- klasyczny estymator KMNK, estymator międzygrupowy (BE), estymatory z indywidualnymi efektami stałymi (FE) oraz efektami losowymi (RE)
- test Mundlaka odrzuca modele RE na rzecz modeli FE
- test autokorelacji Wooldridge'a dla reszt z modelu FE wskazuje na silną autokorelację składnika losowego i w konsekwencji na błędną specyfikację modelu
- ostatecznie wybrano panelowy model autoregresyjny i systemowy estymator uogólnionej metody momentów sGMM (Blundell and Bond, 1999)

# Determinanty indywidualnej produktywności przedsiębiorstw niefinansowych w Polsce

| Determinanty      |   | KMNK      | FE        | RE        | BE        | sGMM1           | sGMM2           |
|-------------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------------|-----------------|
| $\log TFP_{it-1}$ |   |           |           |           |           | <b>0.608***</b> | <b>0.616***</b> |
| własność          | 1 | 0.144***  | -0.086*** | 0.010**   | 0.092***  | 0.071           | <b>0.117***</b> |
|                   | 2 | 0.504***  | -0.131*** | 0.152***  | 0.412***  | <b>0.108*</b>   | <b>0.201***</b> |
| eksport           | 1 | 0.276***  | 0.018***  | 0.064***  | 0.360***  | 0.042           | <b>0.210***</b> |
|                   | 2 | 0.230***  | 0.082***  | 0.134***  | 0.268***  | 0.103           | <b>0.293***</b> |
| wielkość          | 1 | -0.018*** | -0.029*** | -0.010*** | -0.018**  | 0.089           | 0.002           |
|                   | 2 | 0.151***  | -0.047*** | 0.027***  | 0.179***  | <b>0.209**</b>  | <b>0.107*</b>   |
| HH                | 1 | -0.110*** | -0.002    | -0.016*** | -0.133*** | 0.138           | 0.001           |
|                   | 2 | 0.481***  | 0.121***  | 0.177***  | 0.596***  | <b>2.791***</b> | <b>2.102***</b> |
| inwestycje        | 1 | 0.238***  | 0.094***  | 0.111***  | 0.399***  | <b>0.076***</b> | <b>0.073***</b> |
|                   | 2 | 0.122***  | 0.048***  | 0.057***  | 0.218***  | <b>0.079*</b>   | <b>0.047*</b>   |
|                   | 3 | 0.033***  | -0.056*** | -0.045*** | 0.119***  | 0.007           | <b>-0.053*</b>  |
| inwestycje(-1)    | 1 | 0.160***  | 0.023***  | 0.038***  | 0.257***  | <b>0.005</b>    | -0.003          |
|                   | 2 | 0.050***  | -0.006**  | 0.000     | -0.039*   | <b>0.057*</b>   | 0.025           |
|                   | 3 | -0.008*   | -0.056*** | -0.054*** | -0.183*** | <b>0.101*</b>   | 0.040           |

## Podsumowanie

- modele funkcji kontrolnych adresują (częściowo) problemy endogeniczności i obciążonej selekcji próby, jednakże otrzymane wartości elastyczności kapitału są nadal niższe od oczekiwanych
- po GKF odnotowuje się malejące efekty skali oraz silny spadek elastyczności wartości dodanej względem kapitału
- występuje silna persystencja w dynamice logarytmu produktywności
- potwierdzono zależność  $\log TFP$  od formy własności, stóp inwestycji, wielkości eksportu oraz wielkości firmy
- zauważono sektorowe zróżnicowanie rozkładów produktywności przedsiębiorstw oraz ich silną zależność od indeksu koncentracji rynku

**Dziękujemy za uwagę**

**Mirosław Błażej**

GUS, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów

**Mariusz Górajski**

GUS, Departament Studiów Makroekonomicznych i Finansów,  
Uniwersytet Łódzki, Katedra Ekonometrii